Chapitre 1 fonction polynôme du second degré

1) Equation du second degré

a) *Définition*

On appelle **trinôme du second degré** une expression de la forme :

$T(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b ,c sont des réels et $a \neq 0$.

b) *Théorème-Définition*

Tout trinôme du second degré peut s'écrire sous la forme :

$$T(x) = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right]$$

Cette écriture est appelée **forme canonique du trinôme**.

c) *Définition*

On appelle **discriminant** du trinôme $T(x) = ax^2 + bx + c$ ou de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ le réel noté $\boxed{\mathbf{\Delta = b^2 - 4ac}}$.

d) *Théorème résolution*

Soit Δ le discriminant du trinôme $T(x) = ax^2 + bx + c$ alors :

- Si $\mathbf{\Delta < 0}$, alors l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ n'a **pas de solution**.
- Si $\mathbf{\Delta = 0}$, alors l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ possède **une unique solution** $\boxed{x_0 = -\frac{b}{2a}}$.
- Si $\mathbf{\Delta > 0}$, alors l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ possède **deux solutions distinctes** :

$$\boxed{x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad et \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}}$$

e) *Théorème factorisation-signe du trinôme*

Soit Δ le discriminant du trinôme $T(x) = ax^2 + bx + c$ alors :

- Si $\Delta < 0$, alors on ne peut pas factoriser $T(x)$ et $T(x)$ est du signe de **a** pour tout $x \in \mathbb{R}$
- Si $\Delta = 0$, alors $T(x) = a(x - x_0)^2$ et $T(x)$ est du signe de a pour tout $x \in \mathbb{R}$.
- Si $\Delta = 0$, alors $T(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ et $T(x)$ est du signe de a ssi
  $x \in]-\infty ; x_1[\cup]x_2 ; +\infty[$ (en supposant $x_1 < x_2$)

2) Parabole et fonctions ;

a) *variations*

Soit T un trinôme du second degré de la forme $T(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b ,c sont des réels et $a \neq 0$ alors :

- Si $a > 0$ la fonction T est **décroissante** sur $]-\infty ; -\frac{b}{2a}]$ et **croissante** sur $[-\frac{b}{2a} ; +\infty[$
- Si $a < 0$ la fonction T est **croissante** sur $]-\infty ; -\frac{b}{2a}]$ et **décroissante** sur $[-\frac{b}{2a} ; +\infty[$.

b) *Représentation graphique*

La représentation graphique d'une fonction T trinôme du second degré dans un repère orthogonal est une **parabole** de **sommet** le point S de coordonnées $\left(\boldsymbol{-\frac{b}{2a} ; -\frac{\Delta}{4a}}\right)$, et d'**axe de symétrie** la droite d'équation $\boldsymbol{x = -\frac{b}{2a}}$