Devoir surveillé n°7

Exercice 1

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$. On considère l'ensemble Γ des points $M(x; y)$ vérifiant la relation : $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 12 = 0$ et la droite Δ d'équation $2y - 3x - 4 = 0$

- 1) Définir de manière précise l'ensemble Γ .
- 2) Déterminer les points d'intersection éventuels de Γ et Δ .
- 3) Que peut-on en déduire ?

Exercice 2

On donne les vecteurs $\vec{u}(1; -1; 1)$, $\vec{v}(-3; 0; 6)$, $\vec{w}(-2; 1; 1)$ dans une base de l'espace orthonormée.

- 1) Calculer la norme des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
- 2) Calculer la somme vectorielle : $3\vec{u} - \vec{v} + 3\vec{w}$, que peut-on en déduire ?

Exercice 3

ABCD est un tétraèdre le point M est le barycentre de $\{(A;1); (D;2)\}$ et N celui de $\{(B;3); (C;2); (D;-2)\}$
Soit I le milieu du segment [MN], montrer que le point I appartient au plan (ABC).

Exercice 4

x	$-\infty$	-3	-1	5	$+\infty$
Variations de f	-3	$-\infty$	8	$-\infty$	$+\infty$

La droite Δ d'équation $y = -x$ est asymptote à C_f en $+\infty$, et pour tout $x \in]5; +\infty[$, $f(x) > -x$.
Dessiner une courbe C_f susceptible de représenter f dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (tracer toutes les droites indispensables !).

Exercice 5

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-3; 1\}$ par : $f(x) = \frac{2x^2 + x}{x^2 + 2x - 3}$

1. Déterminer en justifiant, les limites à droite et à gauche de f en -3 et en 1 .
2. Déterminer en justifiant les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
3. Donner les équations de toutes les asymptotes de la courbe C_f représentative de f .

Exercice 6

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ par : $f(x) = \frac{x^2 + 5}{x + 2}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- 1) Etudier les limites de f en $-\infty$, en $+\infty$ et en -2 . En déduire que la courbe (C) admet une asymptote (D) .
- 2) Montrer que la droite Δ d'équation $y = x - 2$ est asymptote oblique à C_f
- 3) Etudier la position relative de (C) par rapport à (Δ) .
- 4) Déterminer le point d'intersection des droites (D) et (Δ) .
- 5) Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f et étudier son signe.
- 6) Donner le tableau de variations de f .
- 7) Question supplémentaire :

Tracer la courbe (C) , les droites (D) , (Δ) , les tangentes horizontales et (T) . (unité : 1 cm).