Nom :…………..…………..Prénom :………..…………Classe :…………….

Devoir commun de première S

année scolaire 2004/2005 lundi 9 mai 2005

Les calculatrices sont autorisées.
Il sera tenu compte du soin, de l'orthographe et surtout de la qualité de la rédaction.

EXERCICE 1 :

(points)

Pour chacune des cinq séries d'hypothèses ci-dessous, **au moins** une des affirmations proposées est exacte. On demande de cocher les bonnes affirmations.
Une case bien cochée rapporte 0.25 point. Une case mal cochée (case non cochée devant l'être, ou case cochée ne devant pas l'être) enlève 0.25 point. L'absence de réponse n'apporte ni enlève aucun point. Si le total des points est négatif , la note globale attribuée à l'exercice est 0.

Hypothèses	Affirmations
1. f est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ La dérivée de f est strictement positive sur $\mathbb{R}$. $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -1$	□ f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$. □ L'équation $f(x) = 0$ possède une unique solution sur $\mathbb{R}$. □ La courbe de f admet au moins une asymptote. □ $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.
2. A, B et C sont trois points du plan. I est le milieu de [AB] .	□ A est le barycentre de {(I ;-2) ;(B ;1)}. □ Le barycentre de {(A ;2) ;(B ;-2) ;(C ;3)} est le barycentre de {(I ;0) ;(C ;3)}. □ Le barycentre de {(A ;2) ;(B ;-1)} , de {(A ;3) ;(B ;2)} et {(A ;-2) ;(B ;1)} sont alignés. □ Pour tout point M du plan : $\lVert \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \rVert = 2 \lVert \overrightarrow{MI} \rVert + \lVert \overrightarrow{MC} \rVert$
3. ABCDEFGH est un cube. On munit l'espace du repère orthonormal $(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ K est le barycentre de {(A ;1) ;(C ;1) ;(H ;3)}	K a pour coordonnées : □ (1 ;4 ;3) □ $(\frac{1}{5} ; \frac{4}{5} ; \frac{3}{5})$ □ $(\frac{1}{5} ; \frac{2}{5} ; \frac{1}{5})$ □ $(\frac{1}{3} ; \frac{4}{3} ; 1)$
4. ABCDE est une pyramide de sommet A et de base le parallélogramme BCDE. M et N sont deux points distincts du segment [AB].	□ $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{EB}$ et $\overrightarrow{DC}$ sont coplanaires. □ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont coplanaires. □ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{DE}$ sont coplanaires. □ La section de la pyramide par le plan (MND) est le triangle MND.
5. On donne les points A(1 ;0 ;-1) , B(-2 ;2 ;-1) , C(-5 ;0 ;-1) , D(-2 ;-2 ;-1) et E(-4 ;-2/3 ;-1) dans un repère orthonormé de l'espace.	□ (AB) et (DE) sont parallèles. □ ABCD est un parallélogramme. □ ABCD est un losange. □ ABCD est un carré.

Nom :……………..…………..Prénom :………..…………Classe :…………….

EXERCICE 2 :

(points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{ -2 \}$ par $f(x) = \dfrac{2x^3 + 5x^2 - 5x - 11}{(x+2)^2}$ et C_f sa courbe représentative.

1) Déterminer les limites de f aux bornes de son domaine de définition
2) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2x^3 + 12x^2 + 25x + 12$
   a) Déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$
   b) Calculer $g'(x)$.
   c) Donner le tableau de variation complet de g.
   d) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ possède une unique solution sur $\mathbb{R}$..
      Donner une valeur approchée à 0,1 près de cette solution notée α
   e) En déduire le signe de $g(x)$ dans les intervalles $]-\infty ; \alpha[$ et $]\alpha ; +\infty[$
3)
   a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R} - \{ -2 \}$, $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(x+2)^3}$.
   b) En déduire le tableau de variation complet de f
4)
   a) Montrer que la droite D d'équation $y = 2x - 3$ est une asymptote oblique à C_f.
   b) Etudier la position de C_f par rapport à D
5) Dans un repère orthogonal , tracer la courbe C_f et ses asymptotes éventuelles
   (Sur l'axe des abscisses , on prendra 1cm pour l'unité de longueur et sur l'axe des ordonnées 0,5cm pour l'unité)

EXERCICE 3 :

(points)

On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$
On considère les points A (– 1 ; 4), B (0 ; 2) et C (– 4 ; – 2).

1) Soit G le barycentre de {(A ; 4) ; (B ; 3) ; (C ; 5)} déterminer les coordonnées de G et placer le point G.
2) On considère la fonction h qui a tout point M du plan associe le réel h (M) déterminer par :

   $$\boxed{h(M) = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + 2\,\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + 3\,\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}}$$

   a. Calculer h (G).
   b. Démontrer que $h(M) = 6\,MG^2 + h(G)$
   c. Définir de manière précise l'ensemble Γ des points M du plan qui vérifient h (M) = 18.
   d. Construire Γ et donner une équation de Γ .
3) Calculer les valeurs exactes de $\cos \widehat{BAC}$ et $\sin \widehat{BAC}$, en déduire l'aire du triangle ABC.

EXERCICE 4 :

(points)

1) Démontrer après l'avoir rappeler le théorème de la médiane
2) Application montrer que dans un triangle la somme des carrés des médianes est égale aux $\dfrac{3}{4}$ de la somme des carrés des côtés.

EXERCICE 5 :

(points)

On considère la suite (V_n) définie par $\mathbf{V_0 = 2}$ et $\mathbf{V_{n+1} = \dfrac{10\,V_n - 1}{5}}$.

1) Montrer que (V_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.
2) On définit la suite (U_n) par $\mathbf{U_n = \dfrac{1}{5\,V_n - 1}}$, on admet que pour tout $n \in \mathbb{N}$ $\mathbf{V_n} \neq \dfrac{1}{5}$.
   a. Montrer que (U_n) est géométrique et préciser sa raison et son premier terme.
   b. En déduire le terme général U_n , puis V_n.
   c. Etudier la convergence de (U_n) et celle de (V_n).
3) Sachant que $W_n = \dfrac{9}{5} \times 2^n$,
   calculer $W_0 + W_1 + ... + W_{50}$. et en déduire $V_0 + V_1 + ... + V_{50}$.