

Devoir Surveillé n°7

Exercice n°1.

Soit la fonction g définie sur $[-1 ; 3]$ par $g(x) = x^3 - 3x^2 + 1$.

- 1) Déterminer la dérivée de g .
- 2) Etudier les variations de g sur $[-1 ; 3]$
- 3) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ possède trois solutions que l'on notera dans l'ordre :

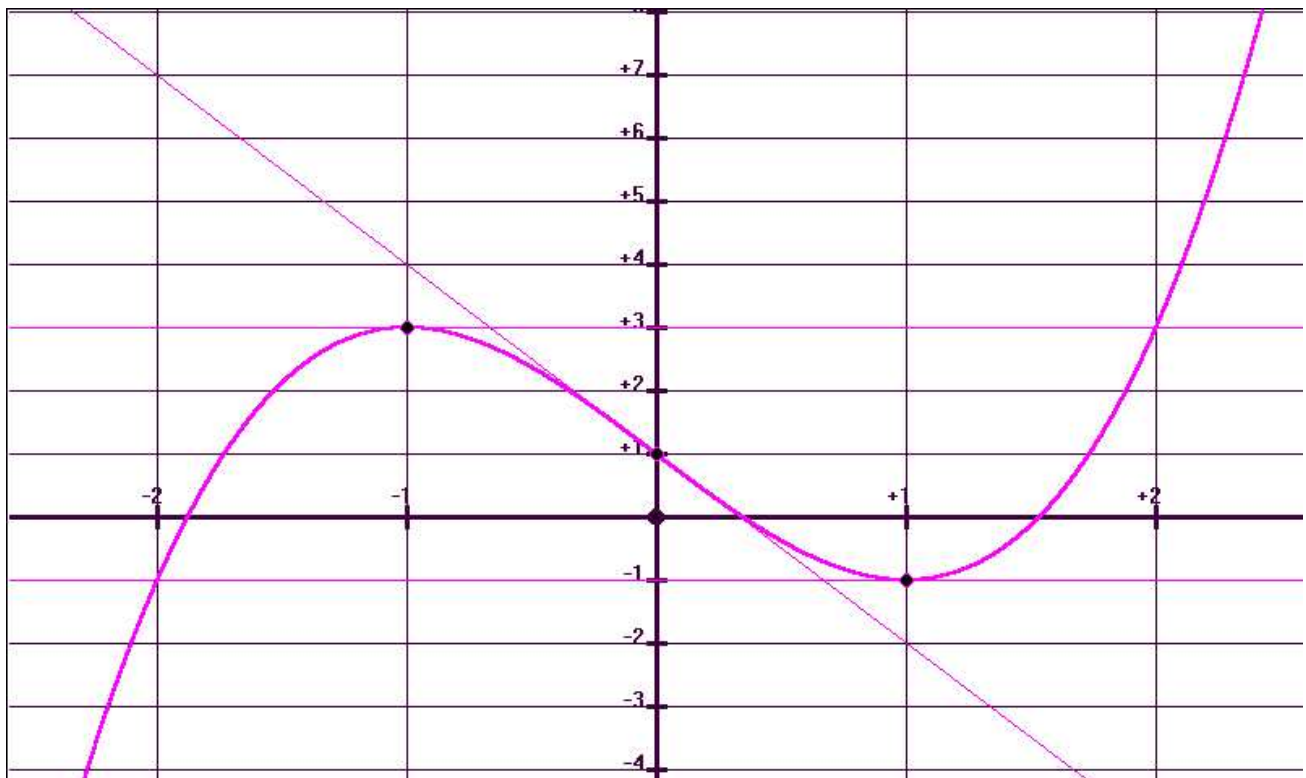
$$x_1, x_2 \text{ et } x_3.$$

- 4) Dédurre de la question précédente le tableau de signe de la fonction g sur l'intervalle $[-1 ; 3]$.

- 5) Soit G la fonction définie sur l'intervalle $[-1 ; 3]$ par $G(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^3 + x + 1$

- a) Calculer la dérivée de G , que constatez-vous ?
- b) En utilisant x_1, x_2 et x_3 , donner le tableau de variation de G .

Exercice n°2



La courbe de la figure ci-dessus est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-2 ; 2]$

- 1) A partir de ce graphique, construire le tableau de variations de f .
- 2) Par lecture graphique, donner les valeurs de $f(0)$, $f(1)$, $f'(0)$, et $f'(-1)$.
- 3) On sait que la fonction f est une fonction de la forme $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, à l'aide des réponses de la question 2, calculer la valeur des nombres a, b, c et d .

Exercice n°3

Une machine à café électrique fabriquée en grande série peut avoir deux défauts en sortie de chaîne désignés par A et B.

Sur 100 machines fabriquées on constate que :

- 16 ont le défaut A
- 7 ont le défaut B
- 5 ont les deux défauts.

Un client achète au hasard une de ces machines à café. Toutes les machines ont la même probabilité d'être achetées.

1. Compléter un tableau à double entrée où l'on notera :

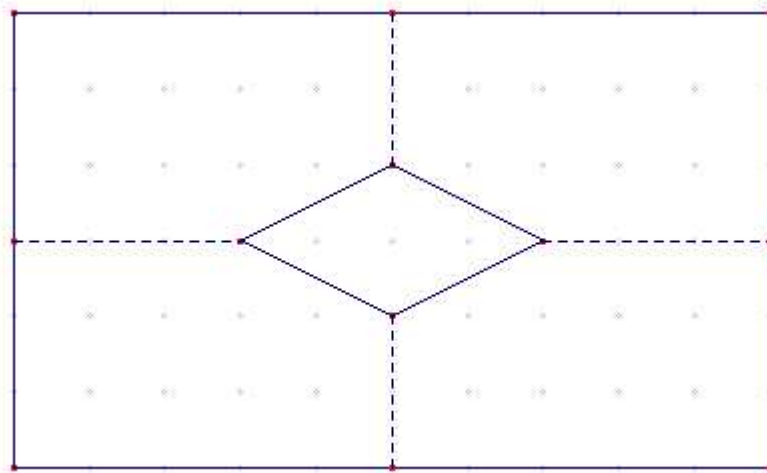
A = La machine possède le défaut A et B = La machine possède le défaut B.

2. On choisit une machine au hasard calculer $P(A \cap B)$, $P(A \cup B)$ et $P(\bar{A} \cap B)$.
3. Une machine a le défaut A, quelle est la probabilité qu'elle est le défaut B?

Exercice n°4

Le motif d'une frise est formé d'un losange inscrit dans un rectangle dont les mesures des côtés x et y sont exprimées en cm et sont telles que $x > 8$ et $y > 12$.

On rappelle que l'aire du losange est donnée par la formule $\frac{1}{2}dD$ où D et d désignent les longueurs des diagonales du losange.



On suppose que $x = 16$ et $y = 39$. Calculer l'aire du losange, puis celle du rectangle ; Dans le cas général, exprimer l'aire du losange et l'aire du rectangle en fonction de x et de y .

On voudrait que l'aire du losange soit égale à 108 cm^2 .

Calculer y en fonction de x pour qu'il en soit ainsi.

Montrer qu'alors l'aire du rectangle est donnée par la fonction $f(x) = 12\left(\frac{x^2 + 10x}{x - 8}\right)$

Etudier les variations de la fonction f sur $] 8 ; + \infty [$

En déduire la valeur de x pour laquelle l'aire du rectangle est minimale.

Calculer cette aire en cm^2 .